О МЕРОМОРФНОСТИ РЕШЕНИЙ ОДНОГО КЛАССА СИСТЕМ ДВУХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Е.Р. Бибило, Т.Н. Ванькова, И.П. Мартынов, В.А. Пронько

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь
elena.bibilo@mail.ru, vankova_tn@grsu.by, i.martynov@grsu.by, v.a.pronko@gmail.com

Рассмотрим дифференциальную систему

$$x'' = 2xy + ax, \quad y'' = -x^2 + 6y^2 + ay + b, \tag{1}$$

для которой в работе [1] найдены необходимые условия отсутствия подвижных многозначных особых точек $a' = b'' = 0$. С помощью линейного преобразования $(x, y;\ x, y - a/2)$ систему (1) можно привести к виду

$$x'' = 2xy, \quad y'' = -x^2 + 6y^2 + \alpha y + c, \tag{2}$$

где $\alpha' = c'' = 0$.

Имеет место

Лемма 1. *Если* α, c *— постоянные, то система* (2) *имеет следующие первые интегралы*

$$x'^2 - y'^2 = 2x^2y - 4y^3 - \alpha y^2 - 2cy + H_1,$$

$$4yx'^2 - 4xx'y' + \alpha y'^2 = x^4 - 4x^2y^2 - 2\alpha x^2 y + 4\alpha y^3 - 2cx^2 + \alpha^2 y^2 + 2\alpha c y + H_2.$$

Рассмотрим систему

$$u'^2 = \frac{P(u)}{(u-v)^2}, \quad v'^2 = \frac{P(v)}{(u-v)^2}, \tag{3}$$

где

$$P(t) = t^5 - 2\alpha t^4 + (\alpha^2 + 8c)t^3 - (8\alpha c + 16H_1)t^2 + 16(H_2 + \alpha H_1)t + H_3,$$

причем α, c, H_1, H_2, H_3 — постоянные. Считаем, что многочлен $P(t)$ не имеет кратных корней. Система (3) сводится к системе, содержащейся в §2 работы [2]. Согласно [2; 3; 4, с. 234] система имеет мероморфные решения и интегрируется в гиперэллиптических функциях.

Соотношения

$$u + v = 4y + \alpha, \quad uv = 4x^2$$

задают формулы связи между системами (2) и (3). Таким образом, справедлива

Теорема. *Если* $c' = 0$, *то решения системы* (2) *мероморфны.*

Литература

1. Березкина Н. С., Мартынов И. П., Пронько В. А. *О системе двух дифференциальных уравнений второго порядка типа Пенлеве* // Дифференциальные уравнения. 1995. Т. 31, № 1. С. 153–155.

2. Ковалевская С. В. *Задача о вращении твердого тела около неподвижной точки* // Научные работы С.В. Ковалевской. М.: Изд-во АН СССР, 1948. С. 153–220.

3. Ляпунов А. М. *Об одном свойстве дифференциальных уравнений задачи о движении тяжелого твердого тела, имеющего неподвижную точку* // Сообщения Харьковского математического общества. 1894. II серия. Т. IV, № 3. С. 123–140.

4. Кудряшов Н. А. *Аналитическая теория нелинейных дифференциальных уравнений.* М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004.